

TP2 - IMN359 - Série de Fourier et Transformée de Fourier

Maxime Descoteaux

13 septembre 2018

Ce TP 2 est à me remettre par courriel le **5 octobre**. Vous devez rédiger un rapport avec les solutions en *Latex* et me remettre un zip avec votre code MATLAB. Commentez le code et assurez-vous que je puisse reproduire vos résultats et figures. Séparez votre code en différents fichiers pour faciliter la lecture. Des points seront attribués pour la qualité du document latex et ses figures (5 points), et la qualité du code MATLAB (5 points). En tout, le TP compte 80 points.

1. Périodes [10 pts]

- (a) Quelle est la période fondamentale de $\sin^2(t)$? Montrez votre démarche. Illustrez votre résultat en Matlab.
- (b) Quelle est la période fondamentale de

$$f(t) = 2 \cos(t) + \cos(t/3) + 3 \cos(t/5).$$

En vous inspirant des notes de cours, illustrez les périodes de chacun des cosinus et illustrez la période fondamentale. Faites un beau graphe représentant les différents cosinus et $f(t)$. Mettez-le dans le latex.

2. Série de Fourier [35 pts]

- (a) Déterminer les coefficients de la série de Fourier réelle (SF) de $f(t) = \Lambda(t)$ de période 2.

$$\Lambda(t) = \begin{cases} 1 - |t| & |t| < 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$$

- (b) Écrivez la SF réelle de $f(t)$. Prenez la période de 2 entre $[-1, 1]$.
- (c) Écrivez la version complexe de la SF de $f(t)$.
- (d) Sur un intervalle de $[-20, 20]$, faites le graphe de $\Lambda(t)$ et de ses SF réelle et complexe en utilisant 100 harmoniques. Mettez le graphe dans le latex.
- (e) Calculez l'approximation de la SF complexe faite pour 3 différents nombres d'harmoniques. Calculez l'erreur quadratique moyenne numériquement et analytiquement de la SF complexe pour chacune des approximations.
- (f) Trouvez et illustrez la SF complexe de $f(t)$ de période 20 suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 1 & |t| < 5 \\ 0 & 5 < |t| < 15 \\ 1 & |t| > 15 \end{cases}$$

- (g) Évaluez la SF de $f(t)$ aux points $t = 5$, $t = 10$, $t = 15$.
(indice : vous devriez me parler des conditions de Dirichlet)

3. Transformée de Fourier (TF) [15 pts]

(a) Calculez la TF de $g(t) = \delta(2t + 1)$

(b) Calculez la TF de $g(t) = \frac{\cos(\pi t)}{\pi(t - 1/2)}$. En faisant un subplot, illustrez $g(t)$, la partie réelle et imaginaire de sa TF, son spectre de phase (θ) et son spectre d'amplitude (avec le *abs*). Mettez-le dans le latex.

(c) Sachant que la transformée de Fourier (TF) de la fonction porte $\Pi(t)$ est le sinus cardinal $\text{sinc}(w/2)$, c-a-d $\text{TF}[\Pi(t)] = \text{sinc}(w/2)$, utilisez les propriétés de la Table 8.8 des notes de cours pour résoudre les TF suivantes. Écrivez quelle(s) propriété(s) vous utilisez.

i. $\Pi(\frac{t-1}{3})$

ii. $\text{sinc}(t) + \text{sinc}(3t)$

4. Transformée de Fourier (TF) 2D [10 pts].

Calculez et démontrez la transformée de Fourier 2D des fonctions suivantes. Prenez les propriétés que vous voulez et décrivez ce que vous faites.

(a) $f(x_1, x_2) = \Pi(x_1 + \frac{1}{2}, x_2 + \frac{1}{2})$

(b) $f(x_1, x_2) = e^{-(x_1^2 + x_2^2)}$