

TP 1 IMN359 - Rappels mathématiques (Nombres complexes, algèbre linéaire, produit Hermitien)

Maxime Descoteaux

27 août 2018

Ce TP 1 est à me remettre par courriel le **14 septembre** dans un seul fichier zip bien organisé. Vous devez rédiger un rapport avec les solutions en *Latex* et me remettre un zip avec votre code MATLAB. Commentez le code et assurez-vous que je puisse reproduire vos résultats. **Ne PAS utilisez la toolbox symbolique de MATLAB, *syms***. Séparez votre code en différents fichiers pour faciliter la lecture. Des points seront attribués pour la qualité du document latex (5 points) et la qualité du code MATLAB (5 points). Le TP vaut 40 points au total. Si vous faites des questions à plus qu'une équipe, dites-le sur le rapport.

1. Racines carrés et forme d'Euler [5 points]

- (a) Trouvez les racines de $x^2 + 2x + 5$.
- (b) Écrivez vos racines sous la forme d'Euler.

2. Séries de Taylor [10 points]

- (a) Trouvez la série de Taylor de $\frac{1}{1-x}$, autour de $a = 0$. Décrivez vos étapes.
- (b) Écrivez une fonction Matlab qui implémente cette série. Testez votre fonction pour 3 différentes valeurs de x avec l'ordre de votre choix.
- (c) Faites une courbe qui illustre l'erreur de la série en fonction de l'ordre auquel la série est tronquée pour la fonction évaluée à $x = 0.5$.
- (d) À l'aide des séries de Taylor, démontrez que

$$\sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

3. Systèmes d'équations. [10 points] Soit le système suivant :

$$\begin{array}{rcccccc} 2x & - & y & & & = & 0 \\ -x & + & 2y & - & z & = & -1 \\ & & - & 3y & + & 4z & = & 4 \end{array}$$

- (a) Dessinez une représentation géométrique de ce système.
- (b) Trouvez la solution (x, y, z) avec la méthode classique de substitution.
- (c) Écrivez le système sous forme matricielle.
- (d) Vérifiez votre solution avec l'opérateur '`\`' de MATLAB.

4. **Produit scalaire. [10 points]** Soit, $f(x, y) = \sin(x) \sin(2y)$ et $g(x, y) = \sin(x) \sin(y)$, calculez et démontrez le résultat de l'intégrale suivante :

$$\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) \cdot g(x, y) dx dy.$$

Que concluez-vous sur les fonctions $f(x, y)$ et $g(x, y)$?

Vérifiez votre résultat en Matlab

5. **Bases orthogonales et orthonormales. [5 points]**

- (a) $\vec{z}^1 = (i - 1, 1)$ et $\vec{z}^2 = (-i, 1 - i) \in \mathcal{C}^2$ (nombres complexes dans le plan 2D). Montrez que \vec{z}^1 et \vec{z}^2 sont orthogonaux.
- (b) Est-ce qu'ils sont orthonormés ? Pourquoi ?
- (c) Donnez une base orthonormale qui définit l'espace \mathcal{C}^2 .