

TP 1 IMN359 - Rappels mathématiques (Nombres complexes, algèbre linéaire, produit Hermitien)

Maxime Descoteaux

3 septembre 2020

Ce TP 1 est à me remettre par courriel **le 13 septembre** dans un seul fichier zip bien organisé. Vous devez rédiger un rapport avec les solutions en *Latex* et me remettre un zip avec votre code Matlab ou Python. Commentez le code et assurez-vous que je puisse reproduire vos résultats. **Ne PAS utiliser la toolbox symbolique de Matlab ou Python, *syms***. Séparez votre code en différents fichiers pour faciliter la lecture. Des points seront attribués pour la qualité du document latex (5 points) et la qualité du code Matlab/Python (5 points). Le TP vaut 40 points au total. Si vous faites des questions à plus qu'une équipe, dites-le sur le rapport.

1. Racines carrés et forme d'Euler [5 points]

- Trouvez les racines de $x^2 + 2x + 5$.
- Ecrivez vos racines sous la forme d'Euler.

2. Séries de Taylor [10 points]

- Trouvez la série de Taylor de $\frac{1}{1-x}$, autour de $a = 0$. Décrivez vos étapes.
- Ecrivez une fonction Matlab/Python qui implémente cette série. Testez votre fonction pour 3 différentes valeurs de x avec l'ordre de votre choix.
- Faites une courbe qui illustre l'erreur de la série en fonction de l'ordre auquel la série est tronquée pour la fonction évaluée à $x = 0.5$.
- A l'aide des séries de Taylor, démontrez que

$$\sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

3. **Systèmes d'équations.** [10 points] Soit le système suivant :

$$\begin{array}{rccccr} 2x & - & y & & = & 0 \\ -x & + & 2y & - & z & = & -1 \\ & & - & 3y & + & 4z & = & 4 \end{array}$$

- (a) Dessinez une représentation géométrique de ce système.
- (b) Trouvez la solution (x, y, z) avec la méthode classique de substitution.
- (c) Ecrivez le système sous forme matricielle.
- (d) Vérifiez votre solution avec l'opérateur '\ ' de Matlab ou `linalg.solve(a,b)` en Python.

4. **Bases orthogonales et orthonormales.** [5 points]

- (a) $\vec{z}^1 = (1 - i, 1)$ et $\vec{z}^2 = (i, 1 - i) \in \mathcal{C}^2$ (nombres complexes dans le plan 2D). Montrez que \vec{z}^1 et \vec{z}^2 sont orthogonaux.
- (b) Est-ce qu'ils sont orthonormés ? Pourquoi ?
- (c) Donnez une base orthonormale qui définit l'espace \mathcal{C}^2 .